

数学 I | 2 次関数

20 次の2次関数を平方完成し、頂点と軸を求めよ。

- (1) $y = x^2 - 4x - 2$ は $y = (x - \boxed{\text{ア}})^2 - \boxed{\text{イ}}$ より、
頂点 $(\boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エオ}})$ 、軸は直線 $x = \boxed{\text{カ}}$ である。
- (2) $y = 3x^2 + 12x + 5$ は $y = \boxed{\text{キ}}(x + \boxed{\text{ク}})^2 - \boxed{\text{ケ}}$ より、
頂点 $(\boxed{\text{コサ}}, \boxed{\text{シス}})$ 、軸は直線 $x = \boxed{\text{セソ}}$ である。
- (3) $y = -x^2 - 2x + 3$ は $y = -(x + \boxed{\text{タ}})^2 + \boxed{\text{チ}}$ より、
頂点 $(\boxed{\text{ツテ}}, \boxed{\text{ト}})$ 、軸は直線 $x = \boxed{\text{ナニ}}$ である。

21 次の問いに答えよ。

- (1) 放物線 $y = x^2 - 4x - 2$ を x 軸方向に 1、 y 軸方向に -2 だけ平行移動すると、放物線 $y = x^2 - \boxed{\text{ア}}x + \boxed{\text{イ}}$ に移る。
- (2) 放物線 $y = x^2 - 2x + 2$ を x 軸方向に a 、 y 軸方向に b だけ平行移動すると $y = x^2 - 6x + 8$ に重なる。このとき、 $a = \boxed{\text{ウ}}$ 、 $b = \boxed{\text{エオ}}$ である。

- 【解答】 (1) $y = (x - 2)^2 - 6$ 頂点 $(2, -6)$ 軸 $x = 2$
 (2) $y = 3(x + 2)^2 - 7$ 頂点 $(-2, -7)$ 軸 $x = -2$
 (3) $y = -(x + 1)^2 + 4$ 頂点 $(-1, 4)$ 軸 $x = -1$

詳しい解説



- 【解答】 (1) $y = x^2 - 6x + 1$ (2) $a = 2, b = -2$

詳しい解説



22 放物線 $y = 2x^2 - 3x - 1$ を、次のものに関して対称移動した放物線の方程式を選べ。

x 軸： y 軸： 原点：

~ の選択肢：

- ① $y = 2x^2 + 3x - 1$ ② $y = -2x^2 - 3x - 1$
 ③ $y = -2x^2 + 3x + 1$ ④ $y = 2x^2 - 3x + 1$
 ⑤ $y = -2x^2 - 3x + 1$

23 条件を満たす放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。

- (1) 頂点が点 $(3, -1)$ で、点 $(2, 1)$ を通るとき、
 $y = \text{ア}(x - \text{イ})^2 - \text{ウ}$ すなわち $y = \text{エ}x^2 - \text{オカ}x + \text{キク}$ である。
 (2) グラフが3点 $(1, 0)$ 、 $(2, -5)$ 、 $(-1, 4)$ を通るとき、
 $y = \text{ケ}x^2 - \text{コ}x + \text{サ}$ である。
 (3) x 軸と2点 $(1, 0)$ 、 $(-2, 0)$ で交わり、点 $(-1, -4)$ を通るとき、
 $y = \text{シ}x^2 + \text{ス}x - \text{セ}$ である。

【解答】 x 軸： ② $y = -2x^2 + 3x + 1$

y 軸： ③ $y = 2x^2 + 3x - 1$

原点： ④ $y = -2x^2 - 3x + 1$

詳しい解説



【解答】 (1) $y = 2(x - 3)^2 - 1$ $y = 2x^2 - 12x + 17$

(2) $y = -x^2 - 2x + 3$ (3) $y = 2x^2 + 2x - 4$

詳しい解説



24 次の関数の最大値・最小値を求めよ。

(1) 関数 $y = -x^2 - 2x + 3$ は $x = \boxed{\text{アイ}}$ で最大値 $\boxed{\text{ウ}}$ をとる。最小値はない。

(2) 関数 $y = x^2 - 4x - 2$ ($0 \leq x \leq 3$) は、
 $x = \boxed{\text{エ}}$ で最大値 $\boxed{\text{オカ}}$ 、 $x = \boxed{\text{キ}}$ で最小値 $\boxed{\text{クケ}}$ をとる。

25 次の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = x^2 - 4x + c$ ($1 \leq x \leq 4$) の最大値が -2 であるとき、
 定数 c の値は $c = \boxed{\text{アイ}}$ である。

(2) $x = -1$ のとき最大値 4 をとり、 $x = 1$ のとき $y = 0$ となる2次関数は、
 $y = \boxed{\text{ウ}}(x + \boxed{\text{エ}})^2 + \boxed{\text{オ}}$ すなわち $y = \boxed{\text{カ}}x^2 - \boxed{\text{キ}}x + \boxed{\text{ク}}$ である。

【解答】(1) $x = -1$ で最大値 4 最小値はない

(2) $x = 0$ で最大値 -2 $x = 2$ で最小値 -6

詳しい解説



【解答】(1) $c = -2$

(2) $y = -(x + 1)^2 + 4$ $y = -x^2 - 2x + 3$

詳しい解説



26 x の2次関数 $y = x^2 + 2ax - 4a + 1$ について、次の問いに答えよ。

(1) この関数の最小値を m とすると、 $m = \boxed{\text{ア}}a^2 - \boxed{\text{イ}}a + \boxed{\text{ウ}}$ となる。

(2) m は $a = \boxed{\text{エオ}}$ で最大値 $\boxed{\text{カ}}$ をとる。

27 a を定数とする。関数 $y = x^2 - 2ax$ ($0 \leq x \leq 2$) について、

(1) 最小値 m は、

$a < \boxed{\text{ア}}$ のとき、 $x = \boxed{\text{イ}}$ で $m = \boxed{\text{ウ}}$

$\boxed{\text{ア}} \leq a \leq \boxed{\text{エ}}$ のとき、 $x = a$ で $m = \boxed{\text{オ}}a^2$

$\boxed{\text{エ}} < a$ のとき、 $x = \boxed{\text{カ}}$ で $m = \boxed{\text{キク}}a + \boxed{\text{ケ}}$

(2) 最大値 M は、

$a < \boxed{\text{コ}}$ のとき、 $x = \boxed{\text{サ}}$ で $M = \boxed{\text{シス}}a + \boxed{\text{セ}}$

$a = \boxed{\text{コ}}$ のとき、 $x = \boxed{\text{ソ}}$, $\boxed{\text{タ}}$ で $M = \boxed{\text{チ}}$

$\boxed{\text{コ}} < a$ のとき、 $x = \boxed{\text{ツ}}$ で $M = \boxed{\text{チ}}$

【解答】 (1) $m = -a^2 - 4a + 1$ (2) $a = -2$ で最大値 5

詳しい解説



【解答】 (1) $a < 0$ のとき $x = 0$ で $m = 0$ 、

$0 \leq a \leq 2$ のとき $x = a$ で $m = -a^2$ 、

$2 < a$ のとき $x = 2$ で $m = -4a + 4$

(2) $a < 1$ のとき $x = 2$ で $M = -4a + 4$ 、

$a = 1$ のとき $x = 0, 2$ で $M = 0$ 、

$1 < a$ のとき $x = 0$ で $M = 0$

詳しい解説



28 $a > 0$ とする。関数 $y = x^2 - 2x + 1$ ($0 \leq x \leq a$) について、

(1) 最小値 m は、

$$0 < a < \boxed{\text{ア}} \text{ のとき、} x = a \text{ で } m = a^2 - \boxed{\text{イ}}a + \boxed{\text{ウ}}$$

$$\boxed{\text{ア}} \leq a \text{ のとき、} x = \boxed{\text{エ}} \text{ で } m = \boxed{\text{オ}}$$

(2) 最大値 M は、

$$0 < a < \boxed{\text{カ}} \text{ のとき、} x = \boxed{\text{キ}} \text{ で } M = \boxed{\text{ク}}$$

$$a = \boxed{\text{カ}} \text{ のとき、} x = \boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コ}} \text{ で } M = \boxed{\text{ク}}$$

$$\boxed{\text{カ}} < a \text{ のとき、} x = a \text{ で } M = a^2 - \boxed{\text{サ}}a + \boxed{\text{シ}}$$

29 次の2次方程式を解け。

$$(1) x^2 + 2x - 3 = 0 \text{ の解は } x = \boxed{\text{アイ}}, \boxed{\text{ウ}}$$

$$(2) 2x^2 + 5x - 3 = 0 \text{ の解は } x = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}, \boxed{\text{カキ}}$$

$$(3) x^2 - 3x + 1 = 0 \text{ の解は } x = \frac{\boxed{\text{ク}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

$$(4) 3x^2 + 2x - 2 = 0 \text{ の解は } x = \frac{\boxed{\text{サシ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

【解答】 (1) $0 < a < 1$ のとき $x = a$ で $m = a^2 - 2a + 1$ 、

$$1 \leq a \text{ のとき } x = 1 \text{ で } m = 0$$

(2) $0 < a < 2$ のとき $x = 0$ で $M = 1$ 、

$$a = 2 \text{ のとき } x = 0, 2 \text{ で } M = 1、$$

$$2 < a \text{ のとき } x = a \text{ で } M = a^2 - 2a + 1$$

詳しい解説



【解答】 (1) $x = -3, 1$ (2) $x = \frac{1}{2}, -3$

$$(3) x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \quad (4) x = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{3}$$

詳しい解説



30 m を定数とする。

(1) 2次方程式 $x^2 - 4x + m = 0$ が異なる2つの実数解をもつとき、

$m < \boxed{\text{ア}}$ である。

(2) 2次方程式 $x^2 + mx + m + 3 = 0$ が重解をもつとき、定数 m の値とそのときの重解は、

$m = \boxed{\text{イウ}}$ のとき $x = \boxed{\text{エ}}$

$m = \boxed{\text{オ}}$ のとき $x = \boxed{\text{カキ}}$ である。

31 次の問いに答えよ。

(1) 2次関数 $y = 4x^2 - 4x + 1$ のグラフと x 軸の共有点の座標は、

$\left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \boxed{\text{ウ}} \right)$ である。

(2) 2次関数 $y = x^2 - 3x + 1$ のグラフが x 軸から切り取る線分の長さは、

$\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(3) 2次関数 $y = x^2 - 4x + m$ のグラフと x 軸との共有点の個数は、定数 m の値によって次のように変わる。

$m < \boxed{\text{オ}}$ のとき $\boxed{\text{カ}}$ 個

$m = \boxed{\text{オ}}$ のとき $\boxed{\text{キ}}$ 個

$m > \boxed{\text{オ}}$ のとき $\boxed{\text{ク}}$ 個

【解答】 (1) $m < 4$

(2) $m = -2$ のとき $x = 1$

$m = 6$ のとき $x = -3$

詳しい解説



【解答】 (1) $\left(\frac{1}{2}, 0 \right)$ (2) $\sqrt{5}$

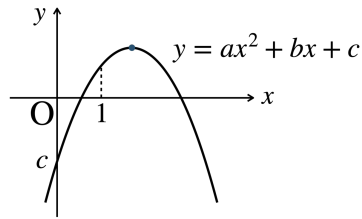
(3) $m < 4$ のとき 2 個、 $m = 4$ のとき 1 個、

$m > 4$ のとき 0 個

詳しい解説



32 2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが図のようになるとき、次の値の正負を答えよ。



- (1) a 0 (2) b 0 (3) c 0
 (4) $b^2 - 4ac$ 0 (5) $a + b + c$ 0

~ の選択肢：① > ② < ③ =

33 次の2次不等式の解を求めよ。

- (1) $x^2 + x - 2 > 0$ の解は $x < \text{アイ}$, $\text{ウ} < x$
 (2) $x^2 - 5x \leq 0$ の解は $\text{エ} \leq x \leq \text{オ}$
 (3) $2x^2 + x - 1 < 0$ の解は $\text{カキ} < x < \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$
 (4) $-x^2 + 2x + 1 > 0$ の解は $\text{コ} - \sqrt{\text{サ}} < x < \text{シ} + \sqrt{\text{ス}}$
 (5) $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ の解は $x = \text{セ}$
 (6) $x^2 - 6x + 9 > 0$ の解は ソ
 (7) $x^2 - 2x + 3 > 0$ の解は タ
 (8) $x^2 - 2x + 3 \leq 0$ の解は チ

~ の選択肢：

- ① すべての実数 ② 解はない
 ③ $x = 1$ 以外のすべての実数 ④ $x = 3$ 以外のすべての実数

【解答】 (1) ① ($a < 0$) (2) ② ($b > 0$) (3) ① ($c < 0$)
 (4) ② ($b^2 - 4ac > 0$) (5) ③ ($a + b + c > 0$)

詳しい解説



【解答】 (1) $x < -2$, $1 < x$ (2) $0 \leq x \leq 5$

- (3) $-1 < x < \frac{1}{2}$ (4) $1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$
 (5) $x = 3$ (6) ③ ($x = 3$ 以外のすべての実数)
 (7) ① (すべての実数) (8) ① (解はない)

詳しい解説



34 連立不等式 $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 < 0 \\ x^2 + x - 2 \geq 0 \end{cases}$ の解は、 $\boxed{\text{ア}} \leq x < \boxed{\text{イ}}$ である。

【解答】 $1 \leq x < 4$

詳しい解説



35 2次不等式 $ax^2 - 4x + c > 0$ の解が $-3 < x < 1$ であるとき、
 $a = \boxed{\text{アイ}}, c = \boxed{\text{ウ}}$ である。

【解答】 $a = -2, c = 6$

詳しい解説



36 次の問いに答えよ。

(1) 2次関数 $y = x^2 - 2mx - m + 6$ のグラフが x 軸の正の部分と異なる2点で交わるような定数 m の値の範囲は、 $\boxed{\text{ア}} < m < \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) 2次方程式 $x^2 - 2mx - m + 6 = 0$ が正の解と負の解を1つずつもつような定数 m の値の範囲は、 $m > \boxed{\text{ウ}}$ である。

37 m を定数とする。

(1) 2次不等式 $x^2 + mx + m + 3 > 0$ の解がすべての実数であるとき、

$$\boxed{\text{アイ}} < m < \boxed{\text{ウ}}$$

(2) 2次関数 $y = x^2 - mx - m + 1$ の y の値が常に正であるとき、

$$\boxed{\text{エオ}} - \boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}} < m < \boxed{\text{クケ}} + \boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$$

【解答】 (1) $2 < m < 6$ (2) $m > 6$

詳しい解説



【解答】 (1) $-2 < m < 6$ (2) $-2 - 2\sqrt{2} < m < -2 + 2\sqrt{2}$

詳しい解説

