

数学 B | 数列

99 次の問いに答えよ。

- (1) 第 5 項が 14、第 7 項が 20 の等差数列 $\{a_n\}$ の初項は ア 、公差は イ 、
一般項は $a_n = \text{ ウ } n - \text{ エ }$ である。また、29 は第 オカ 項である。
- (2) 3 つの数 2, a , 8 がこの順に等差数列となるときの、 $a = \text{ キ }$ である。

100 次の問いに答えよ。

- (1) 初項 30、公差 -4 、項数 6 の等差数列の和は アイウ である。
- (2) 等差数列 2, 5, 8, $\dots$, 29 の項数は エオ で、その和は カキク である。
- (3) 初項 2、公差 3 の等差数列において、
初項から第 ケ 項までの和が 40 となる。

【解答】(1) 初項 2、公差 3、 $a_n = 3n - 1$ 、第 10 項
(2) $a = 5$

詳しい解説



【解答】(1) 和 120 (2) 項数 10、和 155
(3) 第 5 項

詳しい解説



101 次の問いに答えよ。

- (1) 1 から 100 までの自然数のうち、2 の倍数である数を小さい順に並べると
項数 の等差数列になり、その和は である。
- (2) 1 から 100 までの自然数のうち、3 で割ると 1 余る数を小さい順に並べると
項数 の等差数列になり、その和は である。
- (3) 2 桁の自然数のうち、3 で割ると 2 余る数を小さい順に並べると、
初項 、末項 、項数 の等差数列になり、
その和は である。

102 第 5 項が 11、初項から第 10 項までの和が 120 である等差数列 $\{a_n\}$ の

初項は 、公差は であり、一般項は $a_n = \text{ウ}n + \text{エ}$ である。

【解答】 (1) 項数 50、和 2550 (2) 項数 34、和 1717
(3) 初項 11、末項 98、項数 30、和 1635

詳しい解説



【解答】 初項 3、公差 2、 $a_n = 2n + 1$

詳しい解説



103 初項 30、公差 -4 の等差数列 $\{a_n\}$ について、

一般項は $a_n = \boxed{\text{アイ}} - \boxed{\text{ウ}}n$ であり、

項が初めて負となるのは第 $\boxed{\text{エ}}$ 項である。

また、初項から第 $\boxed{\text{オ}}$ 項までの和が最大となり、その最大値は $\boxed{\text{カキク}}$ である。

104 次の問いに答えよ。

(1) 初項 2、公比 2 の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \boxed{\text{ア}}^n$ であり、

第 10 項は $\boxed{\text{イウエオ}}$ である。

(2) 第 4 項が 24、第 6 項が 96、公比が正である等比数列 $\{a_n\}$ の初項は $\boxed{\text{カ}}$ 、

公比は $\boxed{\text{キ}}$ であり、一般項は $a_n = \boxed{\text{ク}} \cdot \boxed{\text{キ}}^{n-1}$ である。

(3) 3 つの数 2, a , 8 がこの順に等比数列となるとき、

$a = \boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コサ}}$ である。

【解答】 $a_n = 34 - 4n$ 、初めて負となるのは第 9 項

初項から第 8 項までの和が最大で、最大値 128

詳しい解説



【解答】 (1) $a_n = 2^n$ 、第 10 項は 1024

(2) 初項 3、公比 2、 $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$

(3) $a = 4, -4$

詳しい解説



105 公比が正の等比数列 $\{a_n\}$ が $a_1 + a_2 = 9$, $a_3 + a_4 = 36$ を満たすとき、
初項は 、公比は であり、一般項は $a_n = \text{} \cdot \text{}^{n-1}$ である。

106 次の問いに答えよ。

- (1) 初項 3、公比 2、項数 5 の等比数列の和は である。
(2) 初項 3、公比 1、項数 5 の等比数列の和は である。
(3) 第 3 項が 12、初項から第 3 項までの和が 21、公比が正である等比数列の
初項は 、公比は である。

【解答】 初項 3、公比 2、 $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$

詳しい解説



【解答】 (1) 93 (2) 15 (3) 初項 3、公比 2

詳しい解説



107 次の問いに答えよ。

$$(1) \sum_{k=1}^n (k^2 - 3k + 5) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} n (n^2 - \boxed{\text{ウ}} n + \boxed{\text{エオ}})$$

$$(2) \sum_{k=1}^{n-1} 2k = n(n - \boxed{\text{カ}})$$

(3) 数列 $3 \cdot 1^2, 5 \cdot 2^2, 7 \cdot 3^2, 9 \cdot 4^2, \dots$ の初項から第 n 項までの和は、

$$\sum_{k=1}^n (\boxed{\text{キ}} k^{\boxed{\text{ク}}} + k^{\boxed{\text{ケ}}}) = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} n(n + \boxed{\text{シ}}) (\boxed{\text{ス}} n^2 + \boxed{\text{セ}} n + \boxed{\text{ソ}})$$

108 数列 $\{1, 1 + 2, 1 + 2 + 3, \dots\}$ について、

$$\text{第 } k \text{ 項は } \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} k(k + \boxed{\text{ウ}}) \text{ であり、}$$

$$\text{初項から第 } n \text{ 項までの和は } \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} n(n + \boxed{\text{カ}})(n + \boxed{\text{キ}}) \text{ である。}$$

【解答】 (1) $\frac{1}{3}n(n^2 - 3n + 11)$ (2) $n(n - 1)$

$$(3) \sum_{k=1}^n (2k^3 + k^2) = \frac{1}{6}n(n + 1)(3n^2 + 5n + 1)$$

詳しい解説



【解答】 第 k 項 $\frac{1}{2}k(k + 1)$ 和 $\frac{1}{6}n(n + 1)(n + 2)$

詳しい解説



109 次の和を求めよ。

$$\begin{aligned}
 (1) \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)(2k+1)} \\
 &= \sum_{k=1}^n \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \left(\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1} \right) = \frac{n}{\boxed{\text{ウ}}n + \boxed{\text{エ}}} \\
 (2) \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k+1}} &= \sum_{k=1}^n \left(\sqrt{k + \boxed{\text{オ}}} - \sqrt{k} \right) = \sqrt{n + \boxed{\text{カ}}} - \boxed{\text{キ}}
 \end{aligned}$$

110 初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = n^2 + n$ で表される

数列 $\{a_n\}$ について、 $n \geq 2$ のとき、 $a_n = S_{\boxed{\text{ア}}} - S_{\boxed{\text{イ}}}$ より、 $a_n = \boxed{\text{ウ}}n$

また、 $a_1 = S_1 = \boxed{\text{エ}}$ であるから、これは $n = 1$ のときも成り立つ。

選択肢：① $n - 1$ ① n ② $n + 1$

【解答】 (1) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1} \right) = \frac{n}{2n+1}$

(2) $\sum_{k=1}^n \left(\sqrt{k+1} - \sqrt{k} \right) = \sqrt{n+1} - 1$

詳しい解説



【解答】 $a_n = S_n - S_{n-1} \quad a_n = 2n$

$a_1 = S_1 = 2 \quad \text{ア} : \text{①} \quad \text{イ} : \text{①}$

詳しい解説



111 $S = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \cdots + n \cdot 2^n$ について、 $S - 2S$ は、

$S - 2S = \boxed{\text{ア}} + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2 \boxed{\text{イ}} - n \cdot 2 \boxed{\text{ウ}}$ となるので、

$S = (n - \boxed{\text{エ}}) \cdot 2 \boxed{\text{オ}} + \boxed{\text{カ}}$ となる。

選択肢：① $n - 1$ ① n ② $n + 1$ ③ $n + 2$ ④ $2n$

112 次の漸化式で定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 3$, $a_{n+1} = a_n + 2$ のとき、 $a_n = \boxed{\text{ア}}n + \boxed{\text{イ}}$

(2) $a_1 = 3$, $a_{n+1} = 2a_n$ のとき、 $a_n = \boxed{\text{ウ}} \cdot \boxed{\text{エ}}^{n-1}$

(3) $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n + 2n$ のとき、 $a_n = n^2 - n + \boxed{\text{オ}}$

(4) $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n + 2^n$ のとき、 $a_n = \boxed{\text{カ}}^n$

【解答】 $S - 2S = 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^n - n \cdot 2^{n+1}$

$S = (n - 1) \cdot 2^{n+1} + 2$ イ：① ウ：② オ：②

詳しい解説



【解答】 (1) $a_n = 2n + 1$ (2) $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$

(3) $a_n = n^2 - n + 1$ (4) $a_n = 2^n$

詳しい解説



- 113 数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 3a_n + 2$ で定められるとき、
漸化式を式変形すると、 $a_{n+1} + \boxed{\text{ア}} = \boxed{\text{イ}}(a_n + \boxed{\text{ウ}})$
ここで、 $b_n = a_n + \boxed{\text{エ}}$ とおくと、 $b_{n+1} = \boxed{\text{オ}}b_n$
数列 $\{b_n\}$ は初項 $\boxed{\text{カ}}$ 、公比 $\boxed{\text{キ}}$ の等比数列となるから、
 $b_n = \boxed{\text{ク}}^n$ で、 $a_n = \boxed{\text{ケ}}^n - \boxed{\text{コ}}$ となる。

- 114 漸化式 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{2a_n + 1}$ について、

$$a_2 = \frac{1}{\boxed{\text{ア}}}, a_3 = \frac{1}{\boxed{\text{イ}}}, a_4 = \frac{1}{\boxed{\text{ウ}}} \text{ より、}$$

$$\text{一般項は } a_n = \frac{1}{\boxed{\text{エ}}n - \boxed{\text{オ}}} \cdots [1] \text{ と推測される。}$$

(1) $n = 1$ のとき、 $a_1 = 1$ で [1] が成り立つ。

$$(2) n = k \text{ のとき、成り立つと仮定すると } a_k = \frac{1}{\boxed{\text{カ}}k - \boxed{\text{キ}}}$$

$$\text{これより、} a_{k+1} = \frac{a_k}{2a_k + 1} = \frac{1}{\boxed{\text{ク}}k + \boxed{\text{ケ}}} = \frac{1}{\boxed{\text{コ}}(k+1) - \boxed{\text{サ}}}$$

よって、 $n = k + 1$ のときも成り立つ。

以上より、すべての自然数 n について [1] が成り立つ。

この証明方法を $\boxed{\text{シ}}$ という。

選択肢：① 背理法 ① 対偶法 ② 数学的帰納法

【解答】 $a_{n+1} + 1 = 3(a_n + 1)$ $b_n = a_n + 1$ $b_{n+1} = 3b_n$
初項 3、公比 3 $b_n = 3^n$ $a_n = 3^n - 1$

詳しい解説



【解答】 $a_2 = \frac{1}{3}$, $a_3 = \frac{1}{5}$, $a_4 = \frac{1}{7}$, $a_n = \frac{1}{2n-1}$
 $a_k = \frac{1}{2k-1}$ $a_{k+1} = \frac{1}{2k+1} = \frac{1}{2(k+1)-1}$

シ：②

詳しい解説

