

数学 B | 統計的な推測

- 115 赤玉 2 個、白玉 3 個が入っている袋から同時に 2 個の玉を取り出し、赤玉の個数を X とする。確率変数 X の確率分布は、

X	0	1	2	計
P	$\frac{\boxed{\text{ア}}}{10}$	$\frac{\boxed{\text{イ}}}{10}$	$\frac{\boxed{\text{ウ}}}{10}$	1

また、 X の平均（期待値）は $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ 、分散は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ 、

標準偏差は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

- 116 ある確率変数 X の平均（期待値）が $E(X) = 7$ 、分散が $V(X) = 4$ 、標準偏差が $\sigma(X) = 2$ のとき、確率変数 $Y = 2X - 1$ の平均（期待値）は $\boxed{\text{アイ}}$ 、分散は $\boxed{\text{ウエ}}$ 、標準偏差は $\boxed{\text{オ}}$ である。

【解答】 確率分布 $\frac{3}{10}, \frac{6}{10}, \frac{1}{10}$ $E(X) = \frac{4}{5}$
 $V(X) = \frac{9}{25}$ $\sigma(X) = \frac{3}{5}$

詳しい解説



【解答】 $E(Y) = 13$ $V(Y) = 16$ $\sigma(Y) = 4$

詳しい解説



117 大小 2 個のさいころを同時に投げ、それぞれのさいころの出た目を X 、 Y とする。確率変数 X と Y は ア である。

選択肢：① 独立 ② 従属

また、出る目の和 $X + Y$ の平均（期待値）は イ、分散は $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ であり、

出る目の積 XY の平均（期待値）は $\frac{\text{カキ}}{\text{ク}}$ である。

118 1 個のさいころを 3 回投げ、1 の目が出る回数を X とする。

確率変数 X の確率分布は、

X	0	1	2	3	計
P	$\frac{\text{アイウ}}{216}$	$\frac{\text{エオ}}{216}$	$\frac{\text{カキ}}{216}$	$\frac{\text{ク}}{216}$	1

これより、 X は二項分布 $B\left(\text{ケ}, \frac{\text{コ}}{\text{サ}}\right)$ に従う。

また、1 の目が 2 回以上出る確率は $\frac{\text{シ}}{\text{スセ}}$ である。

【解答】 ア：① $E(X + Y) = 7$

$$V(X + Y) = \frac{35}{6} \quad E(XY) = \frac{49}{4}$$

詳しい解説



【解答】 確率分布 $\frac{125}{216}, \frac{75}{216}, \frac{15}{216}, \frac{1}{216}$
 $B\left(3, \frac{1}{6}\right) \quad P(X \geq 2) = \frac{2}{27}$

詳しい解説



119 1 枚の硬貨を 10 回投げ、表が出る回数を X とする。

確率変数 X は二項分布 $B\left(\boxed{\text{アイ}}, \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\right)$ に従う。

これより、 X の平均（期待値）は $E(X) = \boxed{\text{オ}}$ 、分散は $V(X) = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ 、

標準偏差は $\sigma(X) = \frac{\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

120 確率変数 X の確率密度関数が $f(x) = \frac{1}{2}x$ ($0 \leq x \leq 2$) のとき、

確率 $P(0 \leq X \leq 1) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ 、 $P(1 \leq X \leq 2) = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

また、 X の平均（期待値）は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ 、

分散は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ 、標準偏差は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

$$\begin{aligned} \text{【解答】 } B\left(10, \frac{1}{2}\right) \quad E(X) &= 5 \\ V(X) &= \frac{5}{2} \quad \sigma(X) = \frac{\sqrt{10}}{2} \end{aligned}$$

詳しい解説



$$\begin{aligned} \text{【解答】 } \frac{1}{4} \quad \frac{3}{4} \quad E(X) &= \frac{4}{3} \\ V(X) &= \frac{2}{9} \quad \sigma(X) = \frac{\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

詳しい解説



121 確率変数 Z が標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うとき、

正規分布表より $p(1) = 0.3413$ として、

$$P(0 \leq Z \leq 1) = p(\text{ア}) = 0.\text{イウエオ}$$

$$P(Z \geq 1) = \text{カ}.\text{キ} - p(\text{ク}) = 0.\text{ケコサシ}$$

$$P(|Z| \leq 1) = \text{ス}p(\text{セ}) = 0.\text{ソタチツ}$$

122 確率変数 X が正規分布 $N(2, 3^2)$ に従うとき、

$$Z = \frac{X - \text{ア}}{\text{イ}} \text{ とおくと、} Z \text{ は標準正規分布 } N(0, 1) \text{ に従う。}$$

$p(1) = 0.3413$ 、 $p(2) = 0.4772$ として、

$$P(-1 \leq X \leq 5) = P(\text{ウエ} \leq Z \leq \text{オ}) = \text{カ}p(\text{キ}) = 0.\text{クケコサ}$$

$$P(X \leq 8) = P(Z \leq \text{シ}) = \text{ス}.\text{セ} + p(\text{ソ}) = 0.\text{タチツテ}$$

【解答】 $p(1) = 0.3413$ $0.5 - p(1) = 0.1587$

$$2p(1) = 0.6826$$

詳しい解説



【解答】 $Z = \frac{X - 2}{3}$ $P(-1 \leq Z \leq 1) = 2p(1) = 0.6826$

$$P(Z \leq 2) = 0.5 + p(2) = 0.9772$$

詳しい解説



123 1 個のさいころを 720 回投げて、1 の目が出る回数を X とするとき、

X は二項分布 $B\left(\boxed{\text{アイウ}}, \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\right)$ に従う。

確率変数 X の平均（期待値）は $E(X) = \boxed{\text{カキク}}$ 、

標準偏差は $\sigma(X) = \boxed{\text{ケコ}}$ である。

次に X が 110 以下となる確率は、

$$Z = \frac{X - \boxed{\text{サシス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$$
 とおくと、

Z は近似的に標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うので、

$p(1) = 0.3413$ として、

$$P(X \leq 110) = P(Z \leq \boxed{\text{タチ}}) = \boxed{\text{ツ}}.\boxed{\text{テ}} - p(\boxed{\text{ト}}) = 0.\boxed{\text{ナニヌネ}}$$

124 1 のカードが 3 枚、2 のカードが 2 枚、3 のカードが 1 枚の合計 6 枚の

カードを母集団とし、カードの数字を変数 X とする。母集団分布は、

X	1	2	3	計
P	$\frac{\boxed{\text{ア}}}{6}$	$\frac{\boxed{\text{イ}}}{6}$	$\frac{\boxed{\text{ウ}}}{6}$	1

また、母平均は $m = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ 、母標準偏差は $\sigma = \frac{\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

【解答】 $B\left(720, \frac{1}{6}\right)$ $E(X) = 120$ $\sigma(X) = 10$

$$Z = \frac{X - 120}{10}$$

$$P(Z \leq -1) = 0.5 - p(1) = 0.1587$$

詳しい解説



【解答】 母集団分布 $\frac{3}{6}, \frac{2}{6}, \frac{1}{6}$

$$m = \frac{5}{3} \quad \sigma = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

詳しい解説



125 母平均 50、母標準偏差 30 の母集団から大きさ 100 の標本を

無作為抽出するとき、標本平均を $\bar{X}$ とすると、

平均（期待値）は $E(\bar{X}) = \text{アイ}$ 、標準偏差は $\sigma(\bar{X}) = \text{ウ}$ である。

また、 $\bar{X}$ が 53 より大きい値をとる確率は、

$$Z = \frac{\bar{X} - \text{エオ}}{\text{カ}}$$

Z は近似的に標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うので、

$p(1) = 0.3413$ として、

$$P(\bar{X} > 53) = P(Z > \text{キ}) = \text{ク} \cdot \text{ケ} - p(\text{コ}) = 0. \text{サシスセ}$$

126 ある製品の中から 400 個を無作為に抽出したところ、

重さの平均値が 30 g であった。重さの母標準偏差を 5 g とする。

標本平均の標準偏差は 0. アイ である。

これより、この製品の重さの平均値 m に対する信頼度 95 % の信頼区間は、

$$\text{ウエ} \cdot \text{オカ} \leq m \leq \text{キク} \cdot \text{ケコ} \text{ である。}$$

ただし、 $P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) \doteq 0.95$ とする。

$$\text{【解答】 } E(\bar{X}) = 50 \quad \sigma(\bar{X}) = 3 \quad Z = \frac{\bar{X} - 50}{3}$$

$$P(Z > 1) = 0.5 - p(1) = 0.1587$$

詳しい解説



$$\text{【解答】 } \sigma(\bar{X}) = 0.25 \quad 29.51 \leq m \leq 30.49$$

詳しい解説



127 ある製品の中から 900 個を無作為に抽出して調べたところ、
90 個の不良品があった。

標本比率は $R = 0.$ である。

標本の大きさが大きいので、母比率の代わりに標本比率 R を用いると、

標本比率の標準偏差は $0.$ である。

これより、この製品の不良率 p に対する信頼度 95 %の信頼区間は、

$0.$ $\leq p \leq 0.$ である。

ただし、 $P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) \doteq 0.95$ とする。

128 硬貨を 100 回投げて表が 58 回出た。帰無仮説を「表と裏の出る確率は等しい」として、有意水準 5 %で検定する。

帰無仮説のもとで、表が出る回数 X の平均（期待値）は、標準偏差はである。

$$Z = \frac{58 - \text{エオ}}{\text{カ}} = \text{キ}.\text{ク} \text{とおくと、}$$

Z は近似的に標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うので、

$$p(1.6) = 0.4452 \text{ として、} P(|Z| \geq \text{ケ}.\text{コ}) = 0.\text{サシスセ}$$

これは有意水準 5 %よりので、帰無仮説は.

よって、偏りが.

選択肢：

- | | | |
|----------------------|------------|--------------|
| <input type="text"/> | ① 大きい | ① 小さい |
| <input type="text"/> | ① 棄却される | ① 棄却されない |
| <input type="text"/> | ① あると判断できる | ① あるとは判断できない |

【解答】 $R = 0.1$ $\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}} = 0.01$
 $0.0804 \leq p \leq 0.1196$

詳しい解説



【解答】 $E(X) = 50$ $\sigma(X) = 5$ $Z = \frac{58 - 50}{5} = 1.6$
 $P(|Z| \geq 1.6) = 0.1096$ ソ：① タ：① チ：①

詳しい解説



129 60 g 入りと表示されている製品から 100 個を無作為に抽出して重さを調べると平均値は 61 g であった。

帰無仮説を「 $m = 60$ 」として、母標準偏差を 5 g、有意水準 5 % で検定する。

帰無仮説のもとで、標本平均 $\bar{X}$ の標準偏差は ア イ である。

$$Z = \frac{61 - \text{ウエ}}{\text{オ} \cdot \text{カ}} = \text{キ} \text{ とおくと、}$$

Z は近似的に標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うので、

$$p(2) = 0.4772 \text{ として、} P(|Z| \geq \text{ク}) = 0. \text{ ケコサシ}$$

これは有意水準 5 % より ス ので、帰無仮説は セ 。

よって、表示通りでないと ソ 。

選択肢：

ス ① 大きい ① 小さい

セ ① 棄却される ① 棄却されない

ソ ① 判断できる ① 判断できない

$$\text{【解答】 } \sigma(\bar{X}) = 0.5 \quad Z = \frac{61 - 60}{0.5} = 2$$

$$P(|Z| \geq 2) = 0.0456 \quad \text{ス：①} \quad \text{セ：①} \quad \text{ソ：①}$$

詳しい解説

