

数学 C | 平面上のベクトル

130 次の問いに答えよ。

(1) $3(\vec{a} + 2\vec{b}) - 2(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a} + \boxed{\text{ア}}\vec{b}$

(2) 等式 $2\vec{x} + 6\vec{a} = 4\vec{x} + 2\vec{b}$ を満たすベクトル $\vec{x}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表すと、 $\vec{x} = \boxed{\text{イ}}\vec{a} - \vec{b}$

【解答】 (1) $\vec{a} + 8\vec{b}$ (2) $\vec{x} = 3\vec{a} - \vec{b}$

詳しい解説



131 正六角形 ABCDEF とその対角線の交点を O とする。

$\vec{AB} = \vec{a}, \vec{AF} = \vec{b}$ とするとき、次のベクトルを $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ。

(1) $\vec{AD} = \boxed{\text{ア}}\vec{a} + \boxed{\text{イ}}\vec{b}$

(2) $\vec{AC} = \boxed{\text{ウ}}\vec{a} + \vec{b}$

(3) $\vec{BD} = \vec{a} + \boxed{\text{エ}}\vec{b}$

【解答】 (1) $\vec{AD} = 2\vec{a} + 2\vec{b}$ (2) $\vec{AC} = 2\vec{a} + \vec{b}$

(3) $\vec{BD} = \vec{a} + 2\vec{b}$

詳しい解説



132 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (-3, 4)$ とする。

(1) $\vec{a} + \vec{b} = (\boxed{\text{アイ}}, \boxed{\text{ウ}})$

$\vec{a} - \vec{b} = (\boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オカ}})$

$2\vec{a} - 3\vec{b} = (\boxed{\text{キク}}, \boxed{\text{ケコ}})$

(2) $\vec{p} = (6, 2)$ を $s\vec{a} + t\vec{b}$ の形で表すと、 $\vec{p} = \boxed{\text{サ}}\vec{a} - \vec{b}$

(3) $|\vec{a}| = \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$, $|\vec{b}| = \boxed{\text{ス}}$, $|\vec{a} + \vec{b}| = \boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソタ}}}$

133 平面上の4点 $A(4, -5)$, $B(-2, 3)$, $C(5, 4)$, D を頂点とする四角形が平行四辺形 ABCD となるときの点 D の座標は、 $D(\boxed{\text{アイ}}, \boxed{\text{ウエ}})$ となる。

【解答】(1) $\vec{a} + \vec{b} = (-2, 6)$

$\vec{a} - \vec{b} = (4, -2)$, $2\vec{a} - 3\vec{b} = (11, -8)$

(2) $\vec{p} = 3\vec{a} - \vec{b}$

(3) $|\vec{a}| = \sqrt{5}$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{10}$

詳しい解説



【解答】 $D(11, -4)$

詳しい解説



134 $\vec{b} = (-3, 4)$ のとき、 $\vec{b}$ に平行な単位ベクトルは、
 $\left(\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}, \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \right), \left(\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}, \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \right)$ である。

135 t を実数とし、 $\vec{a} = (1, 2), \vec{b} = (3, 1)$ のとき、
 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ は $t = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ で、最小値 $\frac{\sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$ をとる。

【解答】 $\left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5} \right), \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5} \right)$

詳しい解説



【解答】 $t = -\frac{1}{2}$ で、最小値 $\frac{\sqrt{10}}{2}$

詳しい解説



136 次の問いに答えよ。

(1) $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ で、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とする。

$$\theta = 30^\circ \text{ のとき } \vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$$

$$\theta = 90^\circ \text{ のとき } \vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{ウ}}$$

$$\theta = 135^\circ \text{ のとき } \vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{エオ}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}}$$

$$\theta = 180^\circ \text{ のとき } \vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{キク}}$$

(2) $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (3, 1)$ のとき、

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{ケ}} \text{ で、なす角 } \theta = \boxed{\text{コサ}}^\circ \text{ となる。}$$

137 次の問いに答えよ。

(1) $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (t - 3, t)$ が平行になるとき、 $t = \boxed{\text{ア}}$ である。

(2) $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (x, 3)$ が垂直になるとき、 $x = \boxed{\text{イウ}}$ である。

(3) $\vec{a} = (1, 2)$ に垂直で大きさが $\sqrt{5}$ のベクトルは、

$$(\boxed{\text{エオ}}, \boxed{\text{カ}}), (\boxed{\text{キ}}, \boxed{\text{クケ}}) \text{ である。}$$

【解答】 (1) $3\sqrt{3}$, 0, $-3\sqrt{2}$, -6

$$(2) \vec{a} \cdot \vec{b} = 5, \theta = 45^\circ$$

詳しい解説



【解答】 (1) $t = 6$ (2) $x = -6$ (3) $(-2, 1)$, $(2, -1)$

詳しい解説



138 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ のとき、次の問いに答えよ。

(1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$ のとき、 $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{\text{アイ}}$

(2) $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{19}$ のとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \text{ウエ}$ であり、

$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とすると $\theta = \text{オカキ}^\circ$ である。

139 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{19}$ のとき、

$|\vec{a} + t\vec{b}|$ は $t = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ で、最小値 $\sqrt{\text{ウ}}$ をとる。

【解答】 (1) $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{21}$

(2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$, $\theta = 120^\circ$

詳しい解説



【解答】 $t = \frac{1}{3}$ で、最小値 $\sqrt{3}$

詳しい解説



140 次の問いに答えよ。

(1) $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$ とするとき、線分 AB を、

2 : 3 に内分する点の位置ベクトルは、 $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \vec{b}$

2 : 3 に外分する点の位置ベクトルは、 $\boxed{\text{オ}} \vec{a} - \boxed{\text{カ}} \vec{b}$

中点の位置ベクトルは、 $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \vec{b}$

(2) $\triangle ABC$ において、辺 BC の中点を D、線分 AD を

2 : 3 に内分する点を E とするとき、 $\vec{AE} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \vec{AB} + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \vec{AC}$

(3) $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $C(\vec{c})$ を頂点とする $\triangle ABC$ の重心 G について、

重心の位置ベクトルは $\vec{g} = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{\boxed{\text{ソ}}}$ 。

また、 $\vec{AG} = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \vec{AB} + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \vec{AC}$

【解答】 (1) 内分点 $\frac{3}{5} \vec{a} + \frac{2}{5} \vec{b}$

外分点 $3\vec{a} - 2\vec{b}$ 、中点 $\frac{1}{2} \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b}$

(2) $\vec{AE} = \frac{1}{5} \vec{AB} + \frac{1}{5} \vec{AC}$

(3) $\vec{g} = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3}$ 、 $\vec{AG} = \frac{1}{3} \vec{AB} + \frac{1}{3} \vec{AC}$

詳しい解説



- 141 $AB = 6$, $BC = 5$, $CA = 4$ の $\triangle ABC$ の内心を I とし、
直線 AI と辺 BC の交点を D とする。

$\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $BD : DC = \boxed{\text{ア}} : \boxed{\text{イ}}$ であり、 $\overrightarrow{AD} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \vec{b} + \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \vec{c}$
- (2) $AI : ID = \boxed{\text{キ}} : \boxed{\text{ク}}$ であり、 $\overrightarrow{AI} = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}} \vec{b} + \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \vec{c}$

- 142 平面上の3点 O , A , B が次の条件を満たしている。

$$|\overrightarrow{OA}| = 1, |\overrightarrow{OB}| = 2, \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 1$$

また、点 P は実数 s, t を用いて $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ と表される点である。

- (1) $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ のなす角は $\theta = \boxed{\text{アイ}}^\circ$ 。

- (2) $s + t = 1$, $s \geq 0$, $t \geq 0$ のとき、

点 P が描く線分の長さは $\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

- (3) $s + t \leq 1$, $s \geq 0$, $t \geq 0$ のとき、

点 P が存在する範囲の面積は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

【解答】 (1) $BD : DC = 3 : 2$, $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{5} \vec{b} + \frac{3}{5} \vec{c}$

(2) $AI : ID = 2 : 1$, $\overrightarrow{AI} = \frac{4}{15} \vec{b} + \frac{2}{5} \vec{c}$

詳しい解説



【解答】 (1) $\theta = 60^\circ$ (2) $\sqrt{3}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

詳しい解説



- 143 $\triangle OAB$ において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。辺 OA の中点を C 、
 辺 OB を $1:2$ に内分する点を D 、2直線 AD と BC の交点を P とする。

$$(1) \overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \vec{a}, \overrightarrow{OD} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \vec{b}$$

$$(2) AP : PD = \boxed{\text{オ}} : \boxed{\text{カ}}$$

$$(3) \overrightarrow{OP} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \vec{b}$$

- 144 $\triangle ABC$ において $5\overrightarrow{PA} + 4\overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PC} = \vec{0}$ を満たす点 P について、
 $\overrightarrow{AP}$ を $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ を用いて表すと、

$$\overrightarrow{AP} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \overrightarrow{AC}$$

また、辺 BC を $\boxed{\text{オ}} : \boxed{\text{カ}}$ に内分する点を D とすると

$$\overrightarrow{AP} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}} \overrightarrow{AD} \text{ となるから、}$$

点 P は線分 AD を $\boxed{\text{コ}} : \boxed{\text{サ}}$ に内分する点である。

これより、 $\triangle PBC : \triangle PCA : \triangle PAB = \boxed{\text{シ}} : \boxed{\text{ス}} : \boxed{\text{セ}}$

【解答】 (1) $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2} \vec{a}$, $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{3} \vec{b}$ (2) $AP : PD = 3 : 2$
 (3) $\overrightarrow{OP} = \frac{2}{5} \vec{a} + \frac{1}{5} \vec{b}$

詳しい解説



【解答】 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{4} \overrightarrow{AC}$ 3:4、 $\overrightarrow{AP} = \frac{7}{12} \overrightarrow{AD}$
 7:5、 $\triangle PBC : \triangle PCA : \triangle PAB = 5 : 4 : 3$

詳しい解説

