

数学C | 空間ベクトル

145 次の問いに答えよ。

(1) 空間の点 $P(1, 2, 3)$ と以下のものに関して対称な点の座標は、

xy 平面：(ア , イ , ウエ)

z 軸：(オカ , キク , ケ)

原点：(コサ , シス , セソ)

(2) 空間の点 $A(2, 1, -1)$ の、点 $B(1, -1, -2)$ に関して対称な点 C の座標は、(タ , チツ , テト) である。

146 座標空間の3点 $A(1, 2, 3)$, $B(4, -1, 2)$, $C(2, 3, 4)$ について、

(1) 線分 AB を $2:3$ に内分する点 P の座標は、

$$P \left(\frac{\text{アイ}}{\text{ウ}}, \frac{\text{エ}}{\text{オ}}, \frac{\text{カキ}}{\text{ク}} \right)$$

(2) 線分 AB を $2:3$ に外分する点 Q の座標は、 $Q(\text{ケコ}, \text{サ}, \text{シ})$

(3) 線分 AB の中点 M の座標は、 $M \left(\frac{\text{ス}}{\text{セ}}, \frac{\text{ソ}}{\text{タ}}, \frac{\text{チ}}{\text{ツ}} \right)$

(4) $\triangle ABC$ の重心 G の座標は、 $G \left(\frac{\text{テ}}{\text{ト}}, \frac{\text{ナ}}{\text{ニ}}, \text{ヌ} \right)$

【解答】 (1) xy 平面：($1, 2, -3$) z 軸：($-1, -2, 3$)

原点：($-1, -2, -3$)

(2) $C(0, -3, -3)$

詳しい解説



【解答】 (1) $P \left(\frac{11}{5}, \frac{4}{5}, \frac{13}{5} \right)$ (2) $Q(-5, 8, 5)$

(3) $M \left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, \frac{5}{2} \right)$ (4) $G \left(\frac{7}{3}, \frac{4}{3}, 3 \right)$

詳しい解説



147 $\vec{a} = (1, 2, 3), \vec{b} = (-2, 4, 0), \vec{c} = (3, 0, -1)$ のとき、
 $\vec{p} = (-3, 8, 7)$ を $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}$ と表すと、
 $s = \boxed{\text{ア}}, t = \boxed{\text{イ}}, u = \boxed{\text{ウエ}}$

【解答】 $s = 2, t = 1, u = -1$

詳しい解説



148 $\vec{a} = (2, 1, 1), \vec{b} = (2, 4, -2)$ のとき、
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{ア}}, |\vec{a}| = \sqrt{\boxed{\text{イ}}}, |\vec{b}| = \boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$
 よって、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とすると、
 $\cos \theta = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}, \theta = \boxed{\text{キク}}^\circ$ となる。

【解答】 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6, |\vec{a}| = \sqrt{6}, |\vec{b}| = 2\sqrt{6}$
 $\cos \theta = \frac{1}{2}, \theta = 60^\circ$

詳しい解説



149 1辺の長さが2の立方体 $ABCD - EFGH$ において、

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \boxed{\text{ア}}$$

$$\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AD} = \boxed{\text{イ}}$$

$$\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{GD} = \boxed{\text{ウエ}}$$

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CF} = \boxed{\text{オカ}}$$

【解答】 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4$ $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$

$$\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{GD} = -8 \quad \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CF} = -4$$

詳しい解説



150 $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (-2, -1, 0)$ の両方に垂直で、

大きさが $\sqrt{6}$ のベクトルは、

($\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イウ}}$, $\boxed{\text{エ}}$) と ($\boxed{\text{オカ}}$, $\boxed{\text{キ}}$, $\boxed{\text{クケ}}$) である。

【解答】 $(1, -2, 1)$ と $(-1, 2, -1)$

詳しい解説



- 151 空間の3点 $A(0, -1, 1)$, $B(-2, 3, -1)$, $C(1, 0, -1)$ を頂点とする $\triangle ABC$ について、

$$\overrightarrow{AB} = (\boxed{\text{アイ}}, \boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エオ}}), \overrightarrow{AC} = (\boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キ}}, \boxed{\text{クケ}})$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \boxed{\text{コ}}, |\overrightarrow{AB}| = \boxed{\text{サ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}, |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$$

よって、 $\triangle ABC$ の面積は $\boxed{\text{セ}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

- 152 四面体 $OABC$ の辺 AB を $3:2$ に内分する点を D 、辺 OC の中点を E 、線分 DE を $2:1$ に内分する点を F 、

直線 OF と $\triangle ABC$ の交点を P とすると、

$$\overrightarrow{OF} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \overrightarrow{OB} + \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \overrightarrow{OC}$$

これより、 $\overrightarrow{OP} = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \overrightarrow{OF}$ となり、 $OF:FP = \boxed{\text{コ}}:\boxed{\text{サ}}$ である。

【解答】 $\overrightarrow{AB} = (-2, 4, -2)$ $\overrightarrow{AC} = (1, 1, -2)$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6 \quad |\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{6} \quad |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{6}$$

$$\triangle ABC = 3\sqrt{3}$$

詳しい解説



【解答】 $\overrightarrow{OF} = \frac{2}{15} \overrightarrow{OA} + \frac{1}{5} \overrightarrow{OB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{OC}$

$$\overrightarrow{OP} = \frac{3}{2} \overrightarrow{OF} \quad OF:FP = 2:1$$

詳しい解説



153 次の問いに答えよ。

- (1) 空間の2点 $A(1, 2, 3)$, $B(4, -1, 2)$ と xy 平面上の点 P が一直線上にあるとき、 $P(\text{アイ}, \text{ウエ}, \text{オ})$
- (2) 空間の3点 $A(1, 2, 3)$, $B(4, -1, 2)$, $C(2, 3, 4)$ が定める平面 ABC 上に点 $P(x, -5, 0)$ があるとき、 $x = \text{カ}$ である。

154 次の問いに答えよ。

- (1) 座標空間で中心が $(2, -1, 3)$ 、半径が $\sqrt{10}$ の球面の方程式は、
 $(x - \text{ア})^2 + (y + \text{イ})^2 + (z - \text{ウ})^2 = \text{エオ}$
- (2) 直径の両端が $A(2, -1, 3)$, $B(4, -5, -1)$ である球面は、
 中心が $(\text{カ}, \text{キク}, \text{ケ})$ 、半径が コ の球面である。

【解答】 (1) $P(10, -7, 0)$ (2) $x = 6$

詳しい解説



【解答】 (1) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 10$

(2) 中心 $(3, -3, 1)$ 、半径 3

詳しい解説

