

数学 C | 2次曲線

173 次の問いに答えよ。

(1) 放物線 $y^2 = 8x$ の焦点は点 $(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$ 、準線は直線 $x = \boxed{\text{ウエ}}$ である。

(2) 放物線 $y = x^2$ の焦点は点 $(\boxed{\text{オ}}, \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}})$ 、

準線は直線 $y = \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(3) 点 $(-3, 0)$ からの距離と、直線 $x = 3$ からの距離が等しい点 P の軌跡の方程式は、放物線 $y^2 = \boxed{\text{サシ}}x$ である。

(4) 焦点が $(0, -2)$ 、準線が直線 $y = 2$ である

放物線の方程式は $x^2 = \boxed{\text{スセ}}y$ である。

【解答】 (1) $(2, 0)$, $x = -2$ (2) $(0, \frac{1}{4})$, $y = -\frac{1}{4}$
(3) $y^2 = -12x$ (4) $x^2 = -8y$

詳しい解説



174 次の問いに答えよ。

- (1) 楕円 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ の長軸の長さは アイ、短軸の長さは ウ であり、
焦点は 2 点 (エ, オ), (カキ, ク) である。
- (2) 楕円 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ の焦点は 2 点 (ケ, コ), (サ, シス) である。
- (3) 2 点 (3, 0), (-3, 0) からの距離の和が 10 である点 P の
軌跡の方程式は、楕円 $\frac{x^2}{\text{セソ}} + \frac{y^2}{\text{タチ}} = 1$ である。

175 円 $x^2 + y^2 = 9$ について、次の問いに答えよ。

- (1) この円を x 軸をもとにして y 軸方向に $\frac{2}{3}$ 倍に縮小して得られる
曲線は、楕円 $\frac{x^2}{\text{ア}} + \frac{y^2}{\text{イ}} = 1$ である。
- (2) この円を y 軸をもとにして x 軸方向に 2 倍に拡大して得られる
曲線は、楕円 $\frac{x^2}{\text{ウエ}} + \frac{y^2}{\text{オ}} = 1$ である。

【解答】 (1) 10, 6, (4, 0), (-4, 0)

(2) (0, 4), (0, -4)

(3) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

詳しい解説



【解答】 (1) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ (2) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$

詳しい解説



176 次の問いに答えよ。

(1) 双曲線 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ の

焦点は 2 点 $(\sqrt{\text{アイ}}, \text{ウ}), (\text{エ}\sqrt{\text{オカ}}, \text{キ})$ 、

頂点は 2 点 $(\text{ク}, \text{ケ}), (\text{コサ}, \text{シ})$ であり、

漸近線は 2 直線 $y = \pm \frac{\text{ス}}{\text{セ}}x$ である。

(2) 双曲線 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = -1$ の

焦点は 2 点 $(\text{ソ}, \text{タ}), (\text{チ}, \text{ツテ})$ 、

頂点は 2 点 $(\text{ト}, \text{ナ}), (\text{ニ}, \text{ヌネ})$ であり、

漸近線は 2 直線 $y = \pm \frac{\text{ノ}}{\text{ハ}}x$ である。

(3) 2 点 $(5, 0), (-5, 0)$ からの距離の差が 8 である点 P の

軌跡の方程式は、双曲線 $\frac{x^2}{\text{ヒフ}} - \frac{y^2}{\text{ヘ}} = 1$ である。

(4) 2 点 $(4, 0), (-4, 0)$ を焦点とする

直角双曲線の方程式は $\frac{x^2}{\text{ホ}} - \frac{y^2}{\text{マ}} = 1$ であり、

2 点 $(0, 3), (0, -3)$ を頂点とする

直角双曲線の方程式は $\frac{x^2}{\text{ミ}} - \frac{y^2}{\text{ム}} = -1$ である。

【解答】 (1) $(\sqrt{13}, 0), (-\sqrt{13}, 0), (2, 0), (-2, 0),$

$$y = \pm \frac{3}{2}x$$

(2) $(0, 5), (0, -5), (0, 3), (0, -3), y = \pm \frac{3}{4}x$

(3) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

(4) $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{8} = 1, \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = -1$

詳しい解説



177 次の問いに答えよ。

- (1) 放物線 $y^2 = 4x$ の焦点は $(\boxed{\text{ア}}, 0)$ であり、
 x 軸方向に 1、 y 軸方向に -2 だけ平行移動すると、
 $(y + \boxed{\text{イ}})^2 = \boxed{\text{ウ}}(x - \boxed{\text{エ}})$ であり、焦点は $(\boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カキ}})$ である。
- (2) 楕円 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ の焦点は $(\boxed{\text{ク}}, 0)$ 、 $(\boxed{\text{ケコ}}, 0)$ であり、
 x 軸方向に -3 、 y 軸方向に 1 だけ平行移動すると、
 $\frac{(x + \boxed{\text{サ}})^2}{\boxed{\text{シス}}} + \frac{(y - \boxed{\text{セ}})^2}{\boxed{\text{ソ}}} = 1$ であり、
 焦点は $(\boxed{\text{タ}}, \boxed{\text{チ}})$ 、 $(\boxed{\text{ツテ}}, \boxed{\text{ト}})$ である。

178 次の方程式が表す図形について、下の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $9x^2 + 25y^2 - 18x + 100y - 116 = 0$ は、
 $\frac{(x - \boxed{\text{ア}})^2}{\boxed{\text{イウ}}} + \frac{(y + \boxed{\text{エ}})^2}{\boxed{\text{オ}}} = 1$ と式変形される。
 これより、 $\boxed{\text{カ}}$ を平行移動した図形である。
- (2) 方程式 $9x^2 - 4y^2 + 18x + 16y - 43 = 0$ は、
 $\frac{(x + \boxed{\text{キ}})^2}{\boxed{\text{ク}}} - \frac{(y - \boxed{\text{ケ}})^2}{\boxed{\text{コ}}} = 1$ と式変形される。
 これより、 $\boxed{\text{サ}}$ を平行移動した図形である。
- (3) 方程式 $y^2 - 6y - 8x + 1 = 0$ は、
 $(y - \boxed{\text{シ}})^2 = \boxed{\text{ス}}(x + \boxed{\text{セ}})$ と式変形される。
 これより、 $\boxed{\text{ソ}}$ を平行移動した図形である。

選択肢：① 円 ① 楕円 ② 双曲線 ③ 放物線 ④ 直線

【解答】 (1) $(1, 0)$ $(y + 2)^2 = 4(x - 1)$ $(2, -2)$

(2) $(3, 0)$ 、 $(-3, 0)$ $\frac{(x + 3)^2}{16} + \frac{(y - 1)^2}{7} = 1$

$(0, 1)$ 、 $(-6, 1)$

詳しい解説



【解答】 (1) $\frac{(x - 1)^2}{25} + \frac{(y + 2)^2}{9} = 1$ ①

(2) $\frac{(x + 1)^2}{4} - \frac{(y - 2)^2}{9} = 1$ ②

(3) $(y - 3)^2 = 8(x + 1)$ ③

詳しい解説



179 次の問いに答えよ。

(1) 楕円 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ と直線 $y = x - 2$ の共有点の座標は

$(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イウ}}), \left(\frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキ}}}, \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサ}}} \right)$ である。

(2) 放物線 $y^2 = 4x$ と直線 $y = x + 1$ の共有点の座標は $(\boxed{\text{シ}}, \boxed{\text{ス}})$ である。

(3) k は定数、楕円 $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ と直線 $y = x + k$ が共有点を 2 個もつような k の値の範囲は $\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}} < k < \sqrt{\boxed{\text{タ}}}$ である。

180 双曲線 $x^2 - y^2 = 1$ と直線 $y = -2x + 3$ の

2 つの交点の中点の座標について、

y を消去すると、 $3x^2 - \boxed{\text{アイ}}x + \boxed{\text{ウエ}} = 0$ となり、

2 つの交点の x 座標を α, β とすると、

解と係数の関係より $\alpha + \beta = \boxed{\text{オ}}$ である。

よって、中点の座標は $(\boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キク}})$ である。

【解答】 (1) $(0, -2), \left(\frac{36}{13}, \frac{10}{13} \right)$ (2) $(1, 2)$

(3) $-\sqrt{5} < k < \sqrt{5}$

詳しい解説



【解答】 $3x^2 - 12x + 10 = 0 \quad \alpha + \beta = 4 \quad (2, -1)$

詳しい解説



181 次の曲線上の点における接線の方程式を求めよ。

(1) 楕円 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$ 上の点 $(\sqrt{3}, 2)$ における

接線の方程式は $\sqrt{3}x + \boxed{\text{ア}}y = \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) 双曲線 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ 上の点 $(4, 3\sqrt{3})$ における

接線の方程式は $\boxed{\text{ウ}}x - \sqrt{3}y = \boxed{\text{エ}}$ である。

(3) 放物線 $y^2 = 16x$ 上の点 $(1, -4)$ における

接線の方程式は $y = \boxed{\text{オカ}}x - \boxed{\text{キ}}$ である。

182 点 $(0, 3)$ から楕円 $x^2 + 2y^2 = 2$ に引いた接線の方程式について、

接線の傾きを m とすると、接線の方程式は $y = mx + \boxed{\text{ア}}$ となり、

これを楕円の方程式に代入して整理すると、

$$(\boxed{\text{イ}}m^2 + \boxed{\text{ウ}})x^2 + \boxed{\text{エオ}}mx + \boxed{\text{カキ}} = 0$$

この2次方程式が重解をもつので、 $m = \pm \boxed{\text{ク}}$ である。

よって、接線の方程式は $y = \boxed{\text{ケ}}x + \boxed{\text{コ}}$, $y = \boxed{\text{サン}}x + \boxed{\text{ス}}$ である。

【解答】 (1) $\sqrt{3}x + 3y = 9$ (2) $3x - \sqrt{3}y = 3$

(3) $y = -2x - 2$

詳しい解説



【解答】 $y = mx + 3$ $(2m^2 + 1)x^2 + 12mx + 16 = 0$

$m = \pm 2$ $y = 2x + 3$, $y = -2x + 3$

詳しい解説



183 次の条件を満たす点 P の軌跡の方程式を求めよ。

- (1) 長さ 5 の線分 AB の点 A は x 軸上を、点 B は y 軸上を動くとき、
線分 AB を 3 : 2 に内分する点 P の

軌跡の方程式は $\frac{x^2}{\boxed{\text{ア}}} + \frac{y^2}{\boxed{\text{イ}}} = 1$ である。

- (2) 点 F(3, 0) からの距離と y 軸からの距離の比が 1 : 2 である点 P の

軌跡の方程式は、 $\frac{(x - \boxed{\text{ウ}})^2}{\boxed{\text{エ}}} + \frac{y^2}{\boxed{\text{オ}}} = 1$ である。

- (3) 点 F(3, 0) からの距離と y 軸からの距離の比が 2 : 1 である点 P の

軌跡の方程式は、 $\frac{(x + \boxed{\text{カ}})^2}{\boxed{\text{キ}}} - \frac{y^2}{\boxed{\text{クケ}}} = 1$ である。

184 媒介変数で表された点 $P(x, y)$ について、

- (1) $x = \sqrt{t}$, $y = t + 3$ で表される点 P は、

放物線 $y = x^2 + \boxed{\text{ア}}$ の $x \geq \boxed{\text{イ}}$ の部分を描く。

- (2) $x = \cos \theta$, $y = \sin^2 \theta$ で表される点 P は、

放物線 $y = \boxed{\text{ウ}}x^2 + \boxed{\text{エ}}$ の $\boxed{\text{オカ}} \leq x \leq \boxed{\text{キ}}$ の部分を描く。

【解答】 (1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ (2) $\frac{(x - 4)^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$
(3) $\frac{(x + 1)^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$

詳しい解説



【解答】 (1) $y = x^2 + 3$ の $x \geq 0$ の部分

(2) $y = -x^2 + 1$ の $-1 \leq x \leq 1$ の部分

詳しい解説



185 次の問いに答えよ。

(1) 放物線 $y^2 = 4px$ と直線 $y = 2pt$ の交点を考えて、 t を媒介変数とすると、

放物線 $y^2 = 8x$ は、 $x = \boxed{\text{ア}} t^2$, $y = \boxed{\text{イ}} t$ と表される。

(2) θ を媒介変数とすると、楕円 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ は、

$x = \boxed{\text{ウ}} \cos \theta$, $y = \boxed{\text{エ}} \sin \theta$ と表される。

(3) 媒介変数表示 $x = \frac{1}{\cos \theta} + 2$, $y = \tan \theta - 3$ が表す曲線の方程式は、

$(x - \boxed{\text{オ}})^2 - (y + \boxed{\text{カ}})^2 = 1$ である。

186 次の問いに答えよ。

(1) 極座標で表された点 $A\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$ を

直交座標で表すと $A(\sqrt{\boxed{\text{ア}}}, \boxed{\text{イ}})$ である。

(2) 極座標で表された点 $B\left(4, -\frac{\pi}{4}\right)$ を

直交座標で表すと $B(\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}, \boxed{\text{オカ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}})$ である。

(3) 直交座標で表された点 $C(-2, -2)$ を

極座標 (r, θ) , $0 \leq \theta < 2\pi$ で表すと、 $C\left(\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}, \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\pi\right)$ である。

【解答】 (1) $x = 2t^2$, $y = 4t$ (2) $x = 3 \cos \theta$, $y = 2 \sin \theta$

(3) $(x - 2)^2 - (y + 3)^2 = 1$

詳しい解説



【解答】 (1) $A(\sqrt{3}, 1)$ (2) $B(2\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$

(3) $C\left(2\sqrt{2}, \frac{5}{4}\pi\right)$

詳しい解説



187 極座標 (r, θ) について、次の問いに答えよ。

(1) 極方程式 $r = 2$ が表す図形は ア

極方程式 $\theta = \frac{\pi}{3}$ が表す図形は イ

極方程式 $r \cos \theta = 2$ が表す図形は ウ

極方程式 $r = 2 \cos \theta$ が表す図形は エ である。

ア ~ エ の選択肢：

- ① 点 $(2, 0)$ を中心とする半径 2 の円
- ② 極 O を通り、始線に垂直な直線
- ③ 極 O を中心とする半径 2 の円
- ④ 点 $(1, 0)$ を中心とする半径 1 の円
- ⑤ 極 O を通り、始線とのなす角が $\frac{\pi}{3}$ の直線

(2) 極座標 $(2, \frac{\pi}{6})$ の点 A を通り、 OA に垂直な直線 ℓ の極方程式は、

$$r \cos \left(\theta - \frac{\pi}{\text{カ}} \right) = \text{カ}$$

188 極座標 (r, θ) について、次の問いに答えよ。

(1) 極方程式 $r = 2(\cos \theta - \sin \theta)$ が表す曲線を直交座標の方程式で表すと、

$$(x - \text{ア})^2 + (y + \text{イ})^2 = \text{ウ}$$

(2) 極方程式 $r^2 \sin 2\theta = 4$ が表す曲線を

直交座標の方程式で表すと、 $xy = \text{エ}$ である。

(3) 曲線 $x^2 + y^2 - 4x = 0$ を極方程式で表すと、 $r = \text{オ}$ $\cos \theta$ である。

(4) 曲線 $x^2 + 2y^2 = 2$ を極方程式で表すと、 $r^2 = \frac{\text{カ}}{1 + \sin^2 \theta}$ である。

【解答】 (1) ② ⑤ ③ ④ (2) $r \cos \left(\theta - \frac{\pi}{6} \right) = 2$

詳しい解説



【解答】 (1) $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$ (2) $xy = 2$
(3) $r = 4 \cos \theta$ (4) $r^2 = \frac{2}{1 + \sin^2 \theta}$

詳しい解説

