

数学 II | 式と証明

01 次の式を展開せよ。

(1) $(x+2)^3 = x^3 + \boxed{\text{ア}}x^2 + \boxed{\text{イウ}}x + \boxed{\text{エ}}$

(2) $(2x-3)^3 = \boxed{\text{オ}}x^3 - \boxed{\text{カキ}}x^2 + \boxed{\text{クケ}}x - \boxed{\text{コサ}}$

(3) $(x+2)(x^2-2x+4) = x^3 + \boxed{\text{シ}}$

(4) $(3x-1)(9x^2+3x+1) = \boxed{\text{スセ}}x^3 - \boxed{\text{ソ}}$

02 次の式を因数分解せよ。

(1) $8x^3+1 = (\boxed{\text{ア}}x+1)(\boxed{\text{イ}}x^2-\boxed{\text{ウ}}x+1)$

(2) $27x^3-64 = (\boxed{\text{エ}}x-\boxed{\text{オ}})(\boxed{\text{カ}}x^2+\boxed{\text{キク}}x+\boxed{\text{ケコ}})$

(3) $x^6-7x^3-8 = (x+\boxed{\text{サ}})(x^2-x+\boxed{\text{シ}})(x-\boxed{\text{ス}})(x^2+\boxed{\text{セ}}x+\boxed{\text{ソ}})$

【解答】 (1) $x^3+6x^2+12x+8$

(2) $8x^3-36x^2+54x-27$

(3) x^3+8 (4) $27x^3-1$

詳しい解説

【解答】 (1) $(2x+1)(4x^2-2x+1)$

(2) $(3x-4)(9x^2+12x+16)$

(3) $(x+1)(x^2-x+1)(x-2)(x^2+2x+4)$

詳しい解説



03 次の問いに答えよ。

- (1) $(3x - 2y)^6$ の展開式における x^2y^4 の項の係数は アイウエ
- (2) $(2x^2 - x)^5$ の展開式における x^7 の項の係数は オカキ
- (3) $(x + y + z)^7$ の展開式における $x^2y^3z^2$ の項の係数は クケコ

【解答】 (1) 2160 (2) -40 (3) 210

詳しい解説



04 整式 $x^3 - 4x + 7$ を整式 $x^2 - 2x + 3$ で割った商は $x +$ ア、

余りは イウ $x +$ エ である。

【解答】 商 $x + 2$ 、余り $-3x + 1$

詳しい解説



05 次の問いに答えよ。

(1) 整式 A を整式 $x - 1$ で割ると、商が $x^2 - 3x + 6$ 、余りが 7 であるとき、

$$A = x^3 - \boxed{\text{ア}}x^2 + \boxed{\text{イ}}x + \boxed{\text{ウ}}$$

(2) 整式 $3x^3 + 7x^2 - x + 16$ を整式 B で割ると、商が $x + 3$ 、余りが $x + 4$ で

$$\text{あるとき、} B = \boxed{\text{エ}}x^2 - \boxed{\text{オ}}x + \boxed{\text{カ}}$$

06 次の式を計算せよ。

$$(1) \frac{x^2 + x}{x^2 + 3x - 10} \div \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 3x + 2} = \frac{(x + \boxed{\text{ア}})(x - \boxed{\text{イ}})}{(x + \boxed{\text{ウ}})(x - \boxed{\text{エ}})}$$

$$(2) \frac{x + 5}{x^2 + x - 2} - \frac{2}{x^2 - x} = \frac{x + \boxed{\text{オ}}}{x(x + \boxed{\text{カ}})}$$

$$(3) \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = \boxed{\text{キ}} - x$$

【解答】 (1) $A = x^3 - 4x^2 + 9x + 1$

$$(2) B = 3x^2 - 2x + 4$$

詳しい解説



【解答】 (1) $\frac{(x + 1)(x - 1)}{(x + 5)(x - 3)}$ (2) $\frac{x + 4}{x(x + 2)}$

$$(3) 1 - x$$

詳しい解説



07 $2x^2 - x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$ が

x についての恒等式であるとき、 $a = \boxed{\text{ア}}$, $b = \boxed{\text{イ}}$, $c = \boxed{\text{ウ}}$ である。

【解答】 $a = 2$, $b = 3$, $c = 2$

詳しい解説



08 $\frac{x - 4}{(x - 1)(x + 2)} = \frac{a}{x - 1} + \frac{b}{x + 2}$ が x についての恒等式となるときの、

$a = \boxed{\text{アイ}}$, $b = \boxed{\text{ウ}}$ である。

【解答】 $a = -1$, $b = 2$

詳しい解説



09 $(k+2)x + (k-1)y - 4k + 1 = 0$ が、

k のどのような値に対しても成り立つとき、 $x = \boxed{\text{ア}}$, $y = \boxed{\text{イ}}$ である。

【解答】 $x = 1$, $y = 3$

詳しい解説



10 $\frac{a+b}{3} = \frac{b+c}{4} = \frac{c+a}{5} (\neq 0)$ のとき、

$a : b : c = \boxed{\text{ア}} : \boxed{\text{イ}} : \boxed{\text{ウ}}$ である。

【解答】 $a : b : c = 2 : 1 : 3$

詳しい解説



11 次の枠に適する式を選べ。

(1) 不等式 $x^2 + y^2 \geq 2xy$ において、等号が成り立つのは ア のときである。

(2) 不等式 $x^2 + y^2 \geq xy$ において、等号が成り立つのは イ のときである。

選択肢：① $x = y$ ① $x = -y$ ② $x = y = 0$

12 $a > 0$ のとき、 $\left(a + \frac{1}{a}\right) \left(a + \frac{4}{a}\right)$ を展開すると、

$$\left(a + \frac{1}{a}\right) \left(a + \frac{4}{a}\right) = a^2 + \frac{4}{a^2} + \text{ア}$$

ここで、相加平均と相乗平均の関係より、

$$a^2 + \frac{4}{a^2} \geq 2\sqrt{a^2 \cdot \frac{4}{a^2}} = \text{イ}$$

よって、最小値は ウ であり、そのとき $a = \sqrt{\text{エ}}$ である。

【解答】 (1) ① ($x = y$) (2) ② ($x = y = 0$)

詳しい解説



【解答】 $a^2 + \frac{4}{a^2} + 5$ $a^2 + \frac{4}{a^2} \geq 4$

最小値 9、 $a = \sqrt{2}$

詳しい解説

