

数学 II | 三角関数

52 次の値を求めよ。

$$(1) \sin \frac{7}{6}\pi = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

$$(2) \cos \frac{7}{4}\pi = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}$$

$$(3) \tan \left(-\frac{4}{3}\pi\right) = \boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}$$

$$(4) \sin \frac{5}{2}\pi = \boxed{\text{ク}}$$

$$(5) \tan \frac{13}{6}\pi = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}$$

$$(6) \cos(-5\pi) = \boxed{\text{サン}}$$

【解答】 (1) $-\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (3) $-\sqrt{3}$
 (4) 1 (5) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (6) -1

詳しい解説



53 次の $\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを、下の①～③のうちから一つずつ選べ。

同じものを繰り返し選んでもよい。

$$\sin(\theta + 2\pi) = \boxed{\text{ア}}$$

$$\cos(-\theta) = \boxed{\text{イ}}$$

$$\sin(-\theta) = \boxed{\text{ウ}}$$

$$\cos(\theta + \pi) = \boxed{\text{エ}}$$

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \boxed{\text{オ}}$$

$$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \boxed{\text{カ}}$$

$$\cos(\pi - \theta) = \boxed{\text{キ}}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \boxed{\text{ク}}$$

選択肢：① $\sin \theta$ ① $-\sin \theta$ ② $\cos \theta$ ③ $-\cos \theta$

【解答】 ア ① イ ② ウ ① エ ③
 オ ② カ ① キ ③ ク ①

詳しい解説



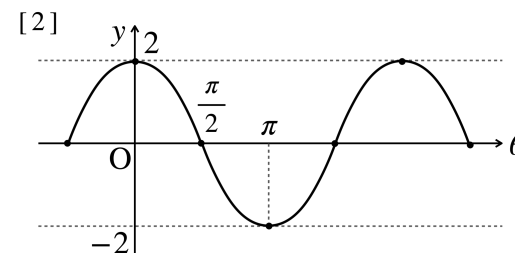
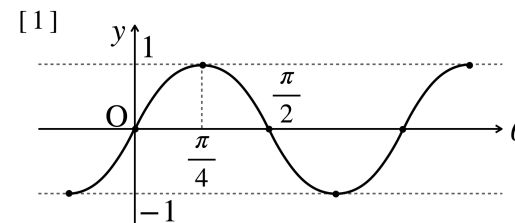
54 θ が第2象限の角で $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{3}$ のとき、次の値を求めよ。

(1) $\sin \theta \cos \theta = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$

(2) $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$

(3) $\cos \theta - \sin \theta = \frac{\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$

55 次の [1], [2] のグラフに適する関数を、下の①～⑤のうちからそれぞれ一つずつ選べ。



[1] のグラフは $\boxed{\text{ア}}$, [2] のグラフは $\boxed{\text{イ}}$ である。

選択肢：① $y = 2 \sin \theta$ ② $y = 2 \cos \theta$ ③ $y = \sin 2\theta$
 ④ $y = \cos 2\theta$ ⑤ $y = \sin \frac{\theta}{2}$ ⑥ $y = \cos \frac{\theta}{2}$

【解答】 (1) $-\frac{4}{9}$ (2) $\frac{13}{27}$ (3) $-\frac{\sqrt{17}}{3}$

詳しい解説



【解答】 [1] ② [2] ①

詳しい解説



56 関数 $y = \sin\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right)$ について、次の問いに答えよ。

(1) この関数は $y = \sin \boxed{\text{ア}} \left(\theta + \frac{\pi}{\boxed{\text{イ}}}\right)$ と変形できる。

(2) このグラフは、 $y = \sin \boxed{\text{ウ}} \theta$ のグラフを θ 軸方向に

$\frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}} \pi$ だけ平行移動したものである。

(3) この関数の周期は $\boxed{\text{キ}}$ 、最大値は $\boxed{\text{ク}}$ 、最小値は $\boxed{\text{ケコ}}$ である。

選択肢：① $\frac{\pi}{2}$ ① π ② 2π ③ 4π

57 $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、次の方程式、不等式を解け。

(1) $\sin \theta = -\frac{1}{2}$ のとき、 $\theta = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \pi, \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}} \pi$

(2) $\tan \theta = -\sqrt{3}$ のとき、 $\theta = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \pi, \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \pi$

(3) $\cos \theta \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ のとき、 $\boxed{\text{コ}} \leq \theta \leq \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \pi, \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \pi \leq \theta < \boxed{\text{ソ}} \pi$

(4) $\tan \theta \geq 1$ のとき、 $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \pi \leq \theta < \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \pi, \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \pi \leq \theta < \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} \pi$

【解答】 (1) $y = \sin 2\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$ (2) $y = \sin 2\theta, -\frac{1}{6}\pi$

(3) ①、1、-1

詳しい解説



【解答】 (1) $\frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi$ (2) $\frac{2}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi$

(3) $0 \leq \theta \leq \frac{1}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi \leq \theta < 2\pi$

(4) $\frac{1}{4}\pi \leq \theta < \frac{1}{2}\pi, \frac{5}{4}\pi \leq \theta < \frac{3}{2}\pi$

詳しい解説



58 $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、次の方程式、不等式を解け。

(1) $2\sin^2\theta - 3\cos\theta = 0$ のとき、 $\theta = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}\pi, \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}\pi$

(2) $4\sin^2\theta \leq 1$ のとき、

$\text{オ} \leq \theta \leq \frac{\text{カ}}{\text{キ}}\pi, \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}\pi \leq \theta \leq \frac{\text{コ}}{\text{サ}}\pi, \frac{\text{シス}}{\text{セ}}\pi \leq \theta < \text{ソ}\pi$

59 $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、方程式 $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ は、

$\theta + \frac{\pi}{3} = t$ とおくと、 $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}\pi \leq t < \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}\pi$ であるから、

$\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$ を解くと、 t の値は小さい順に、

$t = \frac{\text{オカ}}{\text{キ}}\pi, \frac{\text{クケ}}{\text{コ}}\pi$ である。

よって、 θ の値は小さい順に $\theta = \frac{\text{サ}}{\text{シ}}\pi, \frac{\text{スセ}}{\text{ソ}}\pi$ である。

【解答】(1) $\frac{1}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi$

(2) $0 \leq \theta \leq \frac{1}{6}\pi, \frac{5}{6}\pi \leq \theta \leq \frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi \leq \theta < 2\pi$

詳しい解説



【解答】 $\frac{1}{3}\pi \leq t < \frac{7}{3}\pi$ $t = \frac{11}{6}\pi, \frac{13}{6}\pi$
 $\theta = \frac{3}{2}\pi, \frac{11}{6}\pi$

詳しい解説



60 次の問いに答えよ。

(1) α は第2象限の角、 β は第1象限の角で、

$$\sin \alpha = \frac{4}{5}, \cos \beta = \frac{2}{3} \text{ とするとき、}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{\boxed{\text{ア}} + \boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エオ}}}, \cos(\alpha + \beta) = \frac{\boxed{\text{カキ}} - \boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コサ}}}$$

$$\text{また、} \sin 2\alpha = \frac{\boxed{\text{シスセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}, \cos 2\alpha = \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$$

(2) α, β はともに第1象限の角で、 $\tan \alpha = 3, \tan \beta = 2$ とするとき、

$$\tan(\alpha + \beta) = \boxed{\text{ナニ}} \text{ で、} \alpha + \beta = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}} \pi$$

61 2直線 $y = 2x - 1$ と $y = \frac{1}{3}x + 2$ のなす角を θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) とする。

$$\text{このとき、} \tan \theta = \boxed{\text{ア}} \text{ であり、} \theta = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \pi \text{ である。}$$

【解答】 (1) $\frac{8 + 3\sqrt{5}}{15}, \frac{-6 - 4\sqrt{5}}{15}, -\frac{24}{25}, -\frac{7}{25}$
 (2) $-1, \frac{3}{4}\pi$

詳しい解説



【解答】 $\tan \theta = 1, \theta = \frac{1}{4}\pi$

詳しい解説



62 $0 \leq x < 2\pi$ のとき、次の方程式、不等式を解け。

(1) $\sin 2x = \cos x$ の解は、 $x = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}\pi, \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}\pi, \frac{\text{オ}}{\text{カ}}\pi, \frac{\text{キ}}{\text{ク}}\pi$

(2) $\cos 2x = \sin x$ の解は、 $x = \frac{\text{ケ}}{\text{コ}}\pi, \frac{\text{サ}}{\text{シ}}\pi, \frac{\text{ス}}{\text{セ}}\pi$

(3) $\cos 2x > 5 \cos x - 3$ の解は、 $\frac{\text{ソ}}{\text{タ}}\pi < x < \frac{\text{チ}}{\text{ツ}}\pi$

63 $0 \leq x < 2\pi$ のとき、次の方程式、不等式を解け。

(1) $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 1$ の解は、

$\text{ア} \sin \left(x + \frac{\pi}{\text{イ}} \right) = 1$ より、 $x = \text{ウ}, \frac{\text{エ}}{\text{オ}}\pi$

(2) $\sin x - \sqrt{3} \cos x > 1$ の解は、

$\text{カ} \sin \left(x - \frac{\pi}{\text{キ}} \right) > 1$ より、 $\frac{\text{ク}}{\text{ケ}}\pi < x < \frac{\text{コ}}{\text{サ}}\pi$

【解答】 (1) $\frac{1}{6}\pi, \frac{1}{2}\pi, \frac{5}{6}\pi, \frac{3}{2}\pi$

(2) $\frac{1}{6}\pi, \frac{5}{6}\pi, \frac{3}{2}\pi$ (3) $\frac{1}{3}\pi < x < \frac{5}{3}\pi$

詳しい解説



【解答】 (1) $2 \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right), 0, \frac{2}{3}\pi$

(2) $2 \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right), \frac{1}{2}\pi < x < \frac{7}{6}\pi$

詳しい解説



64 関数 $y = \cos 2x + 2 \cos x$ ($0 \leq x < 2\pi$) について、次の問いに答えよ。

(1) $\cos x = t$ とおくと、 $y = \boxed{\text{ア}}t^2 + \boxed{\text{イ}}t - \boxed{\text{ウ}}$ と表され、

t のとりうる値の範囲は $\boxed{\text{エオ}} \leq t \leq \boxed{\text{カ}}$ である。

(2) この関数は、 $x = \boxed{\text{キ}}$ で最大値 $\boxed{\text{ク}}$ 、

$x = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\pi$, $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\pi$ で最小値 $\frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ をとる。

65 関数 $y = \sin x - \cos x$ ($0 \leq x < 2\pi$) について、次の問いに答えよ。

(1) 三角関数の合成により、 $y = \sqrt{\boxed{\text{ア}}}\sin\left(x - \frac{\pi}{\boxed{\text{イ}}}\right)$ と表される。

(2) この関数は、 $x = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\pi$ で最大値 $\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ 、

$x = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\pi$ で最小値 $\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ をとる。

【解答】(1) $y = 2t^2 + 2t - 1$, $-1 \leq t \leq 1$

(2) $x = 0$ で最大値 3、 $x = \frac{2}{3}\pi$, $\frac{4}{3}\pi$ で最小値 $-\frac{3}{2}$

詳しい解説



【解答】(1) $y = \sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

(2) $x = \frac{3}{4}\pi$ で最大値 $\sqrt{2}$ 、 $x = \frac{7}{4}\pi$ で最小値 $-\sqrt{2}$

詳しい解説

